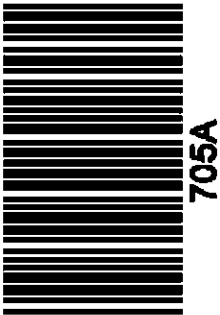


کد کنترل

705A



جمهوری اسلامی ایران  
وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
سازمان بنیاد آموزش کشور

«علم و تحقیق، کلید پیشرفت کشور است.»  
مقام معظم رهبری

صبح جمعه  
۱۴۰۴/۱۱/۱۰  
دفترچه شماره ۲ از ۲

**آزمون ورودی دوره‌های دکتری (نیمه‌متمرکز) - سال ۱۴۰۵**  
**مهندسی صنایع و سیستم‌ها (کد ۲۳۵۰)**

مدت زمان پاسخ‌گویی: ۱۳۵ دقیقه

تعداد سؤال: ۴۵ سؤال

عنوان مواد امتحانی، تعداد و شماره سؤال‌ها

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره
۱	تحقیق در عملیات (۱ و ۲) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی	۳۰	۱	۳۰
۲	طراحی سیستم‌های صنعتی	۱۵	۳۱	۴۵

استفاده از ماشین‌حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

حق چاپ، تکثیر و انتشار سؤالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون، برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز این سازمان مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

\* داوطلب گرامی، عدم درج مشخصات و امضا در مندرجات کادر زیر، به منزله عدم حضور شما در جلسه آزمون است.

اینجانب ..... با شماره داوطلبی ..... با آگاهی کامل، یکسان بودن شماره صندلی خود با شماره داوطلبی مندرج در بالای کارت ورود به جلسه، بالای پاسخنامه و دفترچه سؤالات، نوع و کدکنترل درج شده بر روی جلد دفترچه سؤالات و پایین پاسخنامه‌ام را تأیید می‌نمایم.

امضا:

تحقیق در عملیات (۱ و ۲) - تئوری احتمالات و آمار مهندسی:

- ۱- یک شرکت تولیدی با مخلوط کردن دو ماده خام  $M_1$  و  $M_2$  یک محصول نهایی تولید می‌کند. هر گرم از  $M_1$  و  $M_2$  به ترتیب حاوی ۳ و ۲ واحد ویتامین و ۲ و ۴ واحد پروتئین است. محصول نهایی باید حداقل ۱۲ واحد ویتامین و ۱۶ واحد پروتئین داشته باشد. هزینه هر گرم از  $M_1$  و  $M_2$  به ترتیب ۵ و ۳ واحد است. اگر  $x_1$  و  $x_2$  به ترتیب مقادیر  $M_1$  و  $M_2$  برحسب گرم باشند، آنگاه مدل ریاضی این مسئله برای کمینه‌سازی هزینه تولید کدام است؟

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 5x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t. } & 3x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 5x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t. } & 3x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ & x_1 + 2x_2 \geq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 5x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t. } & 2x_1 + 3x_2 \leq 12 \\ & 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= 5x_1 + 3x_2 \\ \text{s.t. } & 2x_1 + 3x_2 \geq 12 \\ & 2x_1 + x_2 \geq 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned} \quad (3)$$

- ۲- یک بیمارستان برای پوشش نیازهای نیروی کار در ۴ شیفت مختلف، برای پرستاران برنامه‌ریزی می‌کند. حداقل تعداد پرستار مورد نیاز برای شیفت‌های ۱ تا ۴ به ترتیب ۵، ۸، ۱۰ و ۷ نفر است. هر پرستار دقیقاً در دو شیفت متوالی کار می‌کند. اگر  $x_j$  تعداد پرستارانی باشد که کار خود را از شیفت  $j$  شروع می‌کنند، کدام مورد محدودیت تأمین نیروی مورد نیاز برای شیفت ۳ را نمایش می‌دهد؟

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 10 \quad (1)$$

$$x_1 + x_2 + x_3 \geq 23 \quad (2)$$

$$x_3 + x_4 \geq 10 \quad (3)$$

$$x_2 + x_3 \geq 10 \quad (4)$$

۳- در مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر،  $a^1, \dots, a^k, c$  بردارهای  $1 \times n$  هستند و بردار  $x_{n \times 1}$  متغیر است.

$$\text{Min } Z = cx$$

$$\text{s.t. } \begin{aligned} a^1 x &\geq b_1 \\ &\vdots \\ a^k x &\geq b_k. \end{aligned}$$

اگر این مسئله دارای جواب بهینه چندگانه (دگرین) باشد، آنگاه کدام مورد همواره درست است؟

- (۱) بردار  $c$  فقط با یکی از بردارهای  $a^1, \dots, a^k$  موازی است.
- (۲) بردار  $c$  با حداقل یکی از بردارهای  $a^1, \dots, a^k$  موازی است.
- (۳) ممکن است بردار  $c$  با هیچ‌یک از بردارهای  $a^1, \dots, a^k$  موازی نباشد.
- (۴) بردار  $c$  با همه بردارهای  $a^1, \dots, a^k$  موازی است.

۴- برای یک مسئله برنامه‌ریزی خطی، کدام مورد درست است؟

- (۱) اگر مسئله، دارای جواب بهینه چندگانه باشد، آنگاه حداقل دو نقطه رأسی بهینه وجود دارد.
- (۲) در فضای  $n$  بعدی، ممکن است بیش از  $n$  جهت دورشونده رأسی برای ناحیه‌شدنی (ناحیه موجه) وجود داشته باشد.
- (۳) هر ترکیب خطی از دو جواب بهینه، همواره بهینه است.
- (۴) اگر  $x$  یک جواب بهینه مسئله باشد، آنگاه  $x$  رأسی است.

۵- برای مسئله برنامه‌ریزی خطی زیر، کدام مورد درست است؟

$$\text{Max } Z = x_1 + 2x_2$$

$$\text{s.t. } \begin{aligned} -x_1 + x_2 &\leq 1 \\ x_1 + x_2 &\leq 3 \\ x_2 &\geq 2 \\ x_1, x_2 &\geq 0. \end{aligned}$$

(۱) دارای جواب بهینه چندگانه است.

(۲) دارای جواب بهینه یکتای غیرتباهیده (غیرتبهگن) است.

(۳) دارای جواب بهینه تباهیده است و با حذف محدودیت زائد هندسی، می‌توان آن را به یک نقطه بهینه غیرتباهیده تبدیل کرد.

(۴) دارای جواب بهینه تباهیده است و با حذف هیچ محدودیتی نمی‌توان تباهیدی آن را برطرف کرد.

۶- چندوجهی ناتهی  $P = \{x \in \mathbb{R}^n \mid Ax \geq b\}$  و مسئله  $\min \{cx : x \in P\}$  مفروض است. کدام مورد برای این مسئله درست است؟

- (۱) اگر  $\bar{x}$  یک جواب پایه شدنی باشد، آنگاه بردار  $c$  وجود دارد، به طوری که مسئله دارای جواب بهینه یکتای  $\bar{x}$  است.
- (۲) اگر  $\bar{x}$  یک جواب پایه شدنی باشد، آنگاه لزوماً نمی‌توان بردار  $c$  یافت، به طوری که مسئله دارای جواب بهینه یکتای  $\bar{x}$  باشد.
- (۳) اگر  $\bar{x}$  یک جواب پایه شدنی باشد، آنگاه بردار  $c$  وجود دارد، به طوری که مسئله دارای جواب بهینه چندگانه در  $\bar{x}$  است.
- (۴) اگر  $\bar{x}$  یک جواب پایه باشد، آنگاه بردار  $c$  وجود دارد، به طوری که مسئله دارای جواب بهینه یکتای  $\bar{x}$  است.

۷- بخشی از جدول متناظر با یکی از تکرارهای الگوریتم سیمپلکس برای حل یک مسئله مینیمم‌سازی به صورت زیر است. کدام مورد درست است؟

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	RHS
Z	۱			-۲		-۶	
$x_2$	۰			۷		-۲	
$x_4$	۰			۱		۰	
$x_1$	۰			۰		-۲	

(۱) مسئله جواب بهینه چندگانه دارد و ناحیه شدنی، یک مجموعه بی‌کران است.

(۲) مسئله جواب بهینه چندگانه دارد و ناحیه شدنی، یک مجموعه کراندار است.

(۳) مسئله جواب بهینه یکتا دارد و ناحیه شدنی، یک مجموعه بی‌کران است.

(۴) مسئله جواب بهینه یکتا دارد و ناحیه شدنی، یک مجموعه کراندار است.

۸- مسئله اولیه ماکزیمم‌سازی و مسئله دوگان (ثانویه) آن، به صورت زیر مفروض‌اند. مقدار  $a + b + c$  کدام است؟

$$\text{Max } Z = ax_1 + 10x_2$$

$$\text{s.t. } 2x_1 + x_2 \leq 5$$

$$x_1 + bx_2 \leq 24$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \text{ free}$$

$$\text{Min } W = 5y_1 + 24y_2$$

$$\text{s.t. } 2y_1 + y_2 \geq 3$$

$$-y_1 - y_2 = c$$

$$y_1 \geq 0, y_2 \geq 0.$$

$$-10 \quad (1)$$

$$-6 \quad (2)$$

$$6 \quad (3)$$

$$12 \quad (4)$$

۹- جواب بهینه مسئله اولیه زیر  $x_1^* = \frac{9}{5}$  و  $x_2^* = \frac{8}{5}$  و  $x_3^* = 0$  است. اگر  $(y_1^*, y_2^*)$  جواب بهینه مسئله دوگان آن

باشد، آنگاه  $y_1^* + y_2^*$  کدام است؟

$$\text{Max } Z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3$$

$$\text{s.t. } x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 5$$

$$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 2$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0.$$

$$12 \quad (1)$$

$$\frac{31}{5} \quad (2)$$

$$\frac{27}{5} \quad (3)$$

$$\text{صفر} \quad (4)$$

۱۰- جدول بهینه سیمپلکس مسئله زیر داده شده است. در این جدول  $x_4$  و  $x_5$  به ترتیب متغیرهای کمکی (اسلک) قیود اول و دوم‌اند. اگر متغیر  $x_6$  با ضریب هدف  $-2$  و ضرایب قیدی  $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  به مسئله افزوده شود، آنگاه کدام مورد درست است؟

$$\text{Max } Z = 3x_1 + x_2 + 2x_3$$

$$\text{s.t. } x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 20$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 \leq 10$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	RHS
Z	1	8	0	0	3	4	100
$x_3$	0	3	0	1	1	1	30
$x_2$	0	5	1	0	1	2	40

(۱) مقدار بهینه تابع هدف، نامتناهی خواهد شد.

(۲) مقدار بهینه تابع هدف، تغییر نخواهد کرد.

(۳) مقدار بهینه تابع هدف، به اندازه متناهی کاهش می‌یابد.

(۴) مقدار بهینه تابع هدف، به اندازه متناهی افزایش می‌یابد.

۱۱- جدول مسئله حمل‌ونقل زیر مفروض است. کدام مورد درست است؟

i \ j	۱	۲	۳	۴	عرضه
۱	۶	۳	۳	۱	۱۰۰
۲	۲	۵	۱	۴	۵۰
۳	۵	۵	۲	۲	۱۰۰
تقاضا	۱۰۰	۵۰	۵۰	۵۰	۲۵۰

(۱) اگر هزینه ارسال کالا از تأمین‌کننده ۱ به هر مشتری  $j$  ( $c_{1j}$ ) را با عدد ثابت  $\alpha$  جمع کنیم، آنگاه مجموعه جواب‌های بهینه مسئله تغییر خواهد کرد.

(۲) ناحیه شدنی این مسئله بی‌کران است.

(۳)  $\{x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{22}, x_{31}, x_{32}\}$  یک پایه شدنی غیرتبهگن برای مسئله است.

(۴)  $\{x_{11}, x_{21}, x_{31}, x_{22}, x_{23}, x_{34}\}$  یک پایه برای مسئله است اما شدنی نیست.

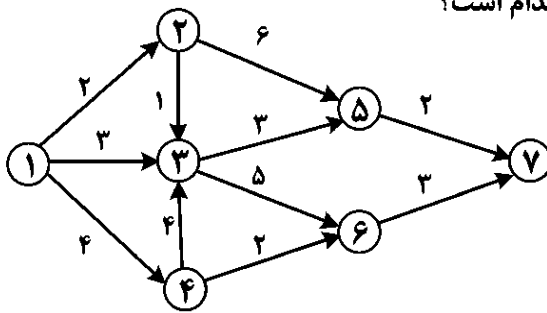
۱۲- یک مسئله برنامه‌ریزی با اعداد صحیح شامل یک محدودیت غیرخطی به صورت  $xyz = 0$  است، که در آن  $x, y$  و  $Z$  متغیرهای صفر و یک هستند. کدام مورد درست است؟

(۱) مسئله با جایگزینی محدودیت فوق با عبارت  $x + y + Z \leq 0$  به برنامه‌ریزی خطی با اعداد صحیح تبدیل می‌شود.

(۲) مسئله با جایگزینی محدودیت فوق با عبارت  $x + y + Z \leq 2$  به برنامه‌ریزی خطی با اعداد صحیح تبدیل می‌شود.

(۳) مسئله با جایگزینی محدودیت فوق با عبارت  $x = 0$  یا  $y = 0$  یا  $Z = 0$  به برنامه‌ریزی خطی با اعداد صحیح تبدیل می‌شود.

(۴) محدودیت فوق را نمی‌توان خطی کرد.



۱۳- در شبکه جریان زیر اندازه مسیر بحرانی (طولانی‌ترین مسیر) کدام است؟

- (۱) ۲۱  
(۲) ۱۶  
(۳) ۱۵  
(۴) ۱۳

۱۴- مدل زیر در برنامه‌ریزی پویا چند مرحله دارد؟

$$\text{Max } Z = x_1^2 x_2 + x_3$$

$$\text{s.t. } x_1 x_2 + x_3 \leq 20$$

اعداد صحیح و  $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

(۱) قابل حل با برنامه‌ریزی پویا نیست.

- (۲) ۱  
(۳) ۲  
(۴) ۳

۱۵- مسئله بهینه‌سازی عدد صحیح مختلط زیر را در نظر بگیرید.

$$\text{Min } Z = 7x_1 + 9x_2$$

$$\text{s.t. } -x_1 + 3x_2 \leq 6$$

$$7x_1 + x_2 \leq 35$$

$$x_2 \geq 0$$

عدد صحیح  $x_1$

با حل مسئله برنامه‌ریزی خطی متناظر، جدول زیر جدول نهایی سیمپلکس است. اگر از الگوریتم برش مختلط برای حل این مسئله استفاده شود، آنگاه کدام محدودیت به مسئله اضافه می‌شود و جواب بهینه کدام است؟

	Z	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	RHS
Z	۱	۰	۰	$\frac{28}{11}$	$\frac{15}{11}$	۶۳
$x_2$	۰	۰	۱	$\frac{7}{22}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{7}{2}$
$x_1$	۰	۱	۰	$-\frac{1}{22}$	$\frac{3}{22}$	$\frac{9}{2}$

(۱) محدودیت  $s_3 - \frac{1}{22}s_1 - \frac{3}{22}s_2 = -\frac{1}{2}$ ، جواب بهینه  $(x_1, x_2) = (4, 3)$ .

(۲) محدودیت  $s_3 - \frac{1}{22}s_1 - \frac{3}{22}s_2 = \frac{1}{2}$ ، جواب بهینه  $(x_1, x_2) = (4, 3)$ .

(۳) محدودیت  $s_3 - \frac{1}{22}s_1 - \frac{3}{22}s_2 = -\frac{1}{2}$ ، جواب بهینه  $(x_1, x_2) = (4, \frac{10}{3})$ .

(۴) محدودیت  $s_3 - \frac{1}{22}s_1 - \frac{3}{22}s_2 = \frac{1}{2}$ ، جواب بهینه  $(x_1, x_2) = (4, \frac{10}{3})$ .

۱۶- در مدل رگرسیون  $y_i = \beta_0 \beta_1^{x_i} \varepsilon_i$ ،  $\varepsilon_i$  ها متغیرهای تصادفی لگ نرمال مستقل، با پارامتر موقعیت  $\mu = 0$  و پارامتر مقیاس  $\sigma = 1$  هستند. برآوردکننده حداقل مربعات برای پارامتر  $\beta_1$  کدام است؟ ( $i = 1, 2, \dots, n$ )  
( $\beta_1 > 0, \beta_0 > 0$ )

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\ln y_i - \overline{\ln y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (۲) \quad \exp \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\ln y_i - \overline{\ln y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right\} \quad (۱)$$

$$\exp \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\ln y_i - \ln \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right\} \quad (۴) \quad \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(\ln y_i - \ln \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (۳)$$

۱۷- متغیر تصادفی  $y$  دارای توزیع برنولی با پارامتر  $f(x)$  است. فرض کنید  $X$  دارای توزیع یکنواخت در بازه  $[0, 1]$  است. اگر  $f(x) = \frac{1}{1+e^{-(2x+1)}}$  باشد، احتمال این که  $y = 1$  برابر کدام گزینه است؟

$$1 + \ln \frac{1+e^{-3}}{1+e^{-1}} \quad (۲) \quad 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{1+e^{-1}}{1+e^{-3}} \quad (۱)$$

$$1 + \ln \frac{1+e^{-1}}{1+e^{-3}} \quad (۴) \quad 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{1+e^{-3}}{1+e^{-1}} \quad (۳)$$

۱۸- جمعیتی دارای توزیع نمایی با میانگین ۵ می‌باشد. نمونه‌ای تصادفی به اندازه ۱۰ از این جمعیت مشاهده می‌شود. احتمال آن که کوچک‌ترین عدد مشاهده شده حداقل  $\frac{1}{4}$  باشد، کدام گزینه است؟

$$1 - \frac{1}{e} \quad (۱)$$

$$1 - \frac{1}{2e} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{2e} \quad (۳)$$

$$\frac{1}{e} \quad (۴)$$

۱۹- فرض کنید  $X$  یک متغیر تصادفی با تابع چگالی احتمال زیر باشد. اگر  $Y = g(x)$  دارای تابع چگالی احتمال  $f_y(y) = 1, 0 < y < 1$  باشد، تابع  $g(x)$  کدام است؟

$$f_x(x) = 2(1-x), 0 < x < 1$$

$$x(2-x) \quad (۲) \quad x(1-x) \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2}x(2+x) \quad (۴) \quad \frac{1}{2}x(1+x) \quad (۳)$$

۲۰- فرض کنید  $X_1, \dots, X_n$  یک نمونه‌ی تصادفی از توزیع  $\text{Bin}(1, \theta)$  باشد. توزیع  $Y = \prod_{i=1}^n X_i$  کدام است؟

$$\text{Bin}(n, \theta) \quad (۱) \quad \text{Bin}(1, 1 - \theta^n) \quad (۲)$$

$$\text{Bin}(1, \theta^n) \quad (۳) \quad \text{Bin}(n, 1 - \theta) \quad (۴)$$

۲۱- یک قطعه توسط دو خط تولید A یا B تولید می‌شود. اگر این قطعه در خط A تولید شود، طول آن دارای توزیع

$N(\mu_A, \sigma^2)$  است و اگر در خط B تولید شود، طول آن دارای توزیع  $N(\mu_B, \sigma^2)$  خواهد بود. به‌طور معمول

احتمال تولید این قطعه توسط دو خط تولید برابر است. هدف آن است که تعیین شود یک قطعه خاص توسط کدام

خط تولید شده است. اگر احتمال تولید این قطعه خاص (با طول مشخص)، توسط خط A از احتمال تولید آن توسط

خط B بیشتر باشد نتیجه گرفته می‌شود که این قطعه توسط خط A تولید شده است. بر این اساس طول قطعه‌ی

تولیدی (x) در کدام ضابطه صدق کند تا نتیجه گرفته شود که آن قطعه توسط خط A تولید شده است؟

$(\mu_A > \mu_B)$

$$x \leq \frac{\mu_A + \mu_B}{\sigma} \quad (۱) \quad x \leq \frac{\mu_A + \mu_B}{2} \quad (۲)$$

$$x \geq \frac{\mu_A + \mu_B}{\sigma} \quad (۳) \quad x \geq \frac{\mu_A + \mu_B}{2} \quad (۴)$$

۲۲- یک آسانسور از طبقه همکف با ۷ مسافر که ۳ نفر آنها زن و ۴ نفر مرد هستند حرکت می‌کند و تا طبقه پنجم همه

مسافران را پیاده می‌کند. در آسانسور، یک مسئول آسانسور نیز حضور دارد که تنها شاهد پیاده شدن مسافران

است (خودش پیاده نمی‌شود). اگر مسئول آسانسور بتواند زن و مرد بودن را فقط از یکدیگر تشخیص دهد، او به

چند طریق می‌تواند شاهد پیاده شدن مسافران باشد؟

$$۲۴۵۰ \quad (۱) \quad ۱۲۳۰ \quad (۲)$$

$$۵۴۰ \quad (۳) \quad ۴۲۰ \quad (۴)$$

۲۳- فرض کنید که  $f(x, t)$  احتمال به دست آوردن x پیروزی در بازه زمانی به طول t باشد. وقتی که:

(الف) احتمال یک پیروزی در طول فاصله زمانی کوچک t تا  $t + \Delta t$  برابر  $\alpha \Delta t$  است.

(ب) احتمال بیش از یک پیروزی در طول فاصله زمانی کوچک t تا  $t + \Delta t$  ناچیز است.

(ج) احتمال یک پیروزی در طول فاصله زمانی کوچک t تا  $t + \Delta t$  به آنچه قبل از زمان t رخ می‌دهد بستگی

نداشته باشد.

مقدار عبارت زیر کدام است؟

$$f(x, t)[1 - \alpha \Delta t] + f(x-1, t) \cdot \alpha \Delta t$$

$$f(x, t - \Delta t) \quad (۱) \quad f(x, t + \Delta t) \quad (۲)$$

$$f(x, t) \quad (۳) \quad f(x, t + \alpha \Delta t) \quad (۴)$$

۲۴- جعبه‌ای شامل n مهره به شماره‌های ۱ تا n است. دو مهره به تصادف و با جایگذاری از این جعبه اختیار می‌کنیم.

اگر  $X_1$  نمایانگر شماره مهره انتخابی اول و  $X_2$  نمایانگر شماره مهره انتخابی دوم باشد و تعریف کنیم:

$$T = \min(X_1, X_2) \quad \text{کدام گزینه مقدار تابع توزیع T در نقطه t است؟} \quad (t = 1, 2, \dots, n)$$

$$\left(\frac{t}{n}\right)^2 \quad (۱) \quad \left(\frac{n-t}{n}\right)^2 \quad (۲)$$

$$\left(1 - \frac{t}{n}\right)^2 \quad (۳) \quad 1 - \left(\frac{n-t}{n}\right)^2 \quad (۴)$$

۲۵- فرض کنید  $X_1, X_2, X_3$  متغیرهای تصادفی مستقل از هم باشند. اگر  $X_i$  دارای تابع چگالی احتمال زیر باشد:

$$f_{X_i}(x) = \frac{i}{\theta} e^{-\frac{ix}{\theta}}, \quad x > 0, i = 1, 2, 3$$

بر آوردگر نأریب مبتنی بر بر آوردگر ماکزیمم درست‌نمایی  $\theta$  کدام است؟

$$\frac{2}{3} \sum_{i=1}^3 i X_i \quad (1)$$

$$\frac{2}{3} \sum_{i=1}^3 i^2 X_i \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 i X_i \quad (3)$$

$$\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 i^2 X_i \quad (4)$$

۲۶- فرض کنید  $X_1, X_2$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $\text{Exp}(\lambda)$  باشد. اگر  $T(X_1, X_2) = a(X_1 X_2)^{\frac{1}{2}}$  بر آوردگر

نأریب  $\frac{1}{\lambda}$  باشد، مقدار  $a$  کدام است؟

$$\frac{\pi}{2} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{4} \quad (2)$$

$$\frac{2}{\pi} \quad (3)$$

$$\frac{4}{\pi} \quad (4)$$

۲۷- در ظرفی ۵ سکه معیوب و  $\theta$  سکه سالم وجود دارد. احتمال شیر آمدن در سکه‌ی معیوب برابر با  $\frac{3}{4}$  است. به منظور آزمون

نمودن فرض  $\theta = 5$  در مقابل  $\theta = 1$ ، یک سکه از ظرف خارج نموده و آن را ۳ بار پرتاب می‌کنیم. اگر تعداد دفعات شیر آمدن در پرتاب این سکه ۳ یا ۰ باشد، فرض صفر را رد می‌کنیم. (رد فرض  $\theta = 5$ ). در این صورت مقدار احتمال ارتکاب خطای

نوع I چقدر است؟

$$\frac{44}{128} \quad (1)$$

$$\frac{35}{128} \quad (2)$$

$$\frac{9}{128} \quad (3)$$

$$\frac{3}{128} \quad (4)$$

۲۸- فرض کنید  $X_1, X_2, X_3, X_4$  یک نمونه تصادفی از توزیع  $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x > 0$  باشد. اگر  $(b, bx(1))$  یک

فاصله اطمینان  $(1-\alpha)100$  درصدی برای  $\frac{1}{\lambda}$  باشد، مقدار  $b$  کدام است؟ ( $b > 0$ )

(۱)  $-4 \ln(1-\alpha)$

(۲)  $-\frac{4}{\ln(1-\alpha)}$

(۳)  $-5 \ln(1-\alpha)$

(۴)  $-\frac{5}{\ln(1-\alpha)}$

۲۹- مدت زمان دریافت محصول سفارش داده شده به فروشنده به طور متوسط ۱۷ روز با انحراف معیار ۳ روز است. احتمال

آنکه محصول در فاصله زمانی بین ۱۱ و ۲۳ روز دریافت شود، تقریباً کدام است؟

(۱)  $0.75$  است.

(۲)  $0.90$  است.

(۳) بیشتر از  $0.90$  است.

(۴) بیشتر از  $0.75$  است.

۳۰- در یک کیسه ۳ مهره قرمز و ۲ مهره سفید و در کیسه دیگر ۲ مهره قرمز و ۳ مهره سفید قرار دارد. از هر کیسه، ۲ مهره به

تصادف و به طور همزمان خارج می‌کنیم. احتمال این که هر چهار مهره خارج شده هم‌رنگ باشند کدام است؟

(۱)  $\frac{3}{50}$

(۲)  $\frac{1}{100}$

(۳)  $\frac{3}{100}$

(۴)  $\frac{19}{100}$

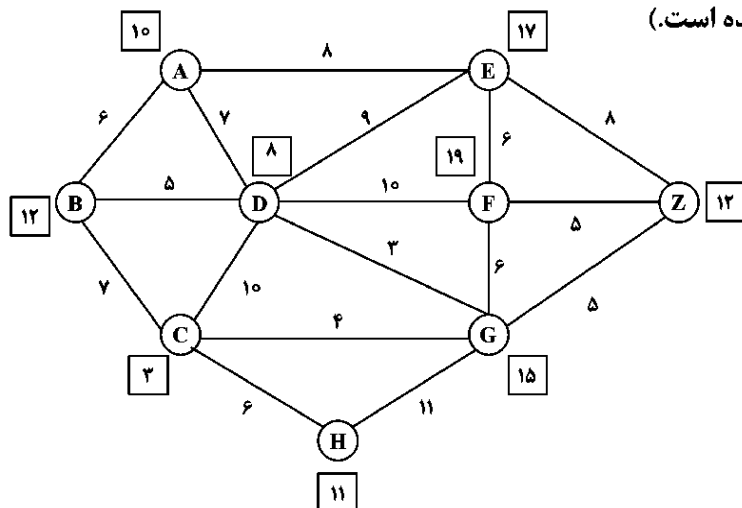
### طراحی سیستم‌های صنعتی:

۳۱- شبکه زیر، شامل ۹ نمایندگی یک شرکت تولیدی است. مدیریت شرکت تصمیم دارد یک مرکز توزیع قطعات برای

پشتیبانی این نمایندگی‌ها مستقر کند. اگر حد آستانه فاصله حمل‌ونقل برابر ۷ مایل باشد، مکان این مرکز

به‌طوریکه بیشترین تقاضای نمایندگی‌ها پوشش داده شود، کدام نقطه است؟ (میزان تقاضای هر نمایندگی و فاصله

بین نمایندگی‌ها بر روی شکل نشان داده شده است.)



(۱) نقطه C

(۲) نقطه D

(۳) نقطه F

(۴) نقطه G

۳۲- ۶ منطقه جمعیتی با مختصات مکانی زیر مفروض است. به منظور خدمات‌رسانی اضطراری احتمالی به این مناطق جمعیتی، لازم است یک واحد اورژانس استقرار یابد. مکان این واحد در فضای پیوسته کدام نقطه است؟ (فرض کنید تمام نقاط جمعیتی مفروض، از اهمیت یکسانی برخوردار هستند).

$$P_1 = (2, 3), P_2 = (8, 11), P_3 = (3, 5), P_4 = (7, 10), P_5 = (10, 12), P_6 = (6, 8)$$

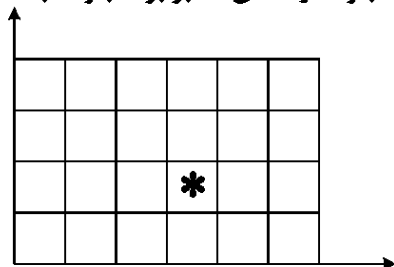
$$(1) (7, 8)$$

$$(2) (6, 7/5)$$

$$(3) (5, 8)$$

$$(4) (4/5, 5/5)$$

۳۳- قرار است در انباری که مساحت آن  $6 \times 4$  بلوک به صورت زیر است، سه نوع کالای A، B و C نگهداری شوند. اگر درب انبار در نقطه  $(4, 0)$  باشد و نرخ رفت و آمد کالای A، سه برابر کالای C و نرخ رفت و آمد کالای B، دو برابر C باشد و مساحت لازم برای نگهداری کالای A برابر ۱۲ بلوک، کالای B برابر ۸ بلوک و کالای C برابر ۴ بلوک باشد، بلوک \* به کدام کالا اختصاص می‌یابد؟



$$(1) A$$

$$(2) B$$

$$(3) C$$

(4) تفاوتی برای کالای A، B و C وجود ندارد.

۳۴- به منظور استقرار دو ماشین مشابه که قرار است به ۵ مشتری سرویس‌دهی داشته باشد، ۵ منطقه نامزد شده است و ماتریس هزینه - فاصله مربوط به ۵ نقطه نامزد به صورت زیر است. بهترین مکان استقرار برای این دو ماشین کدام است؟ (دو ماشین محدودیت ظرفیت ندارند).

مکان‌های نامزد عبارت‌اند از: (۱)، (۲)، (۳)، (۴) و (۵) و مشتریان عبارت‌اند از: A، B، C، D و E.

	(۱)	(۲)	(۳)	(۴)	(۵)	
A	۵۰	۳۰	۲۰	۸۰	۵۰	(۱) ۳ و ۴
B	۱۵	۲۵	۱۰	۳۰	۳۵	(۲) ۲ و ۴
C	۷۵	۳۰	۰	۱۵	۰	(۳) ۱ و ۳
D	۴۰	۲۰	۱۶۰	۴۰	۶۰	(۴) ۱ و ۲
E	۹۰	۶۰	۱۲۰	۰	۱۲۰	

۳۵- فرض کنید تسهیلات موجود در کارخانه‌ای در نقاط  $(0, 0)$ ،  $(2, 5)$  و  $(6, 9)$  قرار دارند. در نظر است تسهیل جدیدی در کارخانه جایابی شود. با توجه به آنکه میزان مرادفات تسهیل جدید با تسهیلات موجود عبارتند از ۲، ۲ و ۱ و نوع فاصله بین تسهیلات اقلیدسی فرض شده است، محل بهینه قرارگیری تسهیل جدید کدام است؟

$$(1) U_k = 1/15 \text{ با } (1, 4/3)$$

$$(2) U_k = 0/85 \text{ با } (2, 3)$$

$$(3) U_k = 0/85 \text{ با } (2, 5)$$

$$(4) U_k = 1/15 \text{ با } (2, 5)$$

۳۶- قرار است دو تجهیز که میزان ارتباط آنها برابر ۲ می‌باشد، در سطح کارگاهی که چهار تجهیز با مختصات مکانی زیر هستند، استقرار داده شوند. اگر میزان ارتباط بین دو تجهیز و تجهیزات موجود به صورت جدول زیر باشد، مختصات طولی مکان دو تجهیز جدید  $X_{F_1}$  و  $X_{F_2}$ ، به ترتیب چقدر است؟

تجهیزات جدید	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$
$F_1$	۷	۳	۴	۱
$F_2$	۱	۲	۲	۶

$$P_1 = (3, 6) \quad P_2 = (4, 7)$$

$$P_3 = (5, 8) \quad P_4 = (8, 2)$$

$$(1) \quad 3 \text{ و } 4$$

$$(2) \quad 3 \text{ و } 5$$

$$(3) \quad 4 \text{ و } 5$$

$$(4) \quad 4 \text{ و } 5$$

۳۷- با فرض آنکه مختصات نقاط حادثه‌خیز در شهر به صورت زیر است، فاصله بیمارستان تا هر یک از نقاط حادثه‌خیز نیز به صورت  $g_1 = 0$ ،  $g_2 = 1$ ،  $g_3 = 3$  و  $g_4 = 2$  می‌باشد. در این مسئله می‌خواهیم محل ایستگاه آمبولانس امداد را به گونه‌ای بیابیم که حداکثر فاصله انتقال حادثه‌دیدگان تا بیمارستان کمینه شود، حال مجموعه همتراز با ۱۰ در چنین مسئله‌ای چه مجموعه‌ای است؟

$$P_1 = (3, 10), P_2 = (-2, 7), P_3 = (4, 6) \text{ و } P_4 = (5, -3)$$

$$(1) \quad \text{خط راست به طول } 4/95$$

$$(2) \quad \text{خط راست به طول } 7$$

$$(3) \quad \text{مستطیل با عرض و طول به ترتیب } 3 \text{ و } 9$$

$$(4) \quad \text{مستطیل با عرض و طول به ترتیب } 1/7 \text{ و } 5/8$$

۳۸- عدد مجهول چه عددی باشد تا ماتریس زیر تجزیه پذیر شود؟

$$\begin{pmatrix} 4x + 0/4 & 1/2 \\ 1/4 & x \\ 7x & 1/8 \end{pmatrix}$$

$$(1) \quad 4$$

$$(2) \quad 2$$

$$(3) \quad 1/6$$

$$(4) \quad 0/6$$

۳۹- اگر تعداد کالاهای لازم برای انبارش در یک انبار، ۱۰ کالا باشد که مساحت کالاهای زوج ۳ واحد و کالاهای فرد ۲ واحد باشد و فضای موجود انبار نیز ۳۲ واحد فرض شود، در آن صورت تعداد محدودیت‌های برنامه‌ریزی مسئله تخصیص تعمیم‌یافته چقدر است؟

$$(1) \quad 43$$

$$(2) \quad 42$$

$$(3) \quad 21$$

$$(4) \quad 20$$

۴۰- در مسئله مکان‌یابی یک تسهیل با فاصله مجذور اقلیدسی، اگر نقاط موجود به صورت  $(۲, ۲)$ ،  $(۳, ۳)$ ،  $(۴, ۴)$ ،  $(۱, ۱)$  و  $(۵, ۵)$  باشد و میزان مراودات برابر و مساوی ۲ فرض شود، شعاع دایره همتراز با هزینه‌های ۸۰ و ۱۳۰ به ترتیب چقدر است؟

(۱) ۲ و ۳

(۲) ۲ و ۳

(۳)  $۲/۵$  و  $۳/۵$

(۴)  $۲/۵$  و  $۳/۵$

۴۱- در یک انبار با سه بارانداز، قرار است سه کالا مکان‌یابی شوند. اگر ماتریس وزن به صورت زیر باشد و مساحت مورد نیاز کالای a برابر با ۹ واحد و مساحت مورد نیاز b برابر با ۸ واحد باشد، مساحت کالای c چقدر باشد تا ابتدا مکان‌یابی آن در انبار انجام شود؟

	۱	۲	۳
کالای a	۳	۲	۴
کالای b	۴	۵	۲
کالای c	۲	۳	۵

(۱) کوچکتر یا مساوی ۹ واحد

(۲) کوچکتر یا مساوی ۸ واحد

(۳) کوچکتر یا مساوی ۷ واحد

(۴) اطلاعات مسئله کامل نیست.

۴۲- تفاوت مدل «QAP» با «ABSMModel 2» در چیست؟

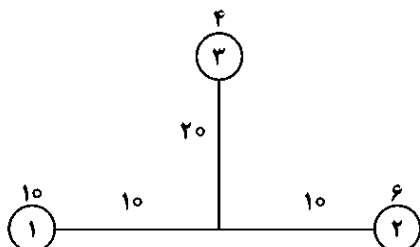
(۱) هیچ تفاوتی ندارند.

(۲) دارای جواب‌های دقیق متفاوتی هستند.

(۳) QAP برای مسائل مکان‌یابی است ولی ABSModel 2 در مسأله تخصیص استفاده می‌شود.

(۴) فضای حل در QAP گسسته است اما در ABSModel 2 پیوسته است.

۴۳- در درخت شبکه زیر، وزن هر گره در کنار آن نوشته شده است. محل بهینه وسیله جدید کدام است؟



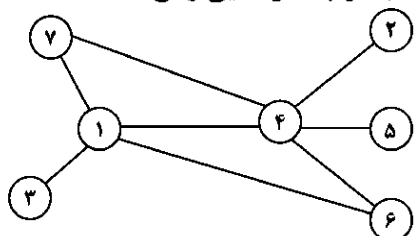
(۱)  $y^* = ۶,۳۷$

(۲)  $y^* = ۸,۵۷$

(۳)  $y^* = ۹,۴۳$

(۴)  $y^* = ۱۲,۳۲$

۴۴- شبکه زیر بعد از حل یک مدل مکان‌یابی هاب حاصل شده است، تسهیلات هاب در چه گره‌هایی واقع شده‌اند؟



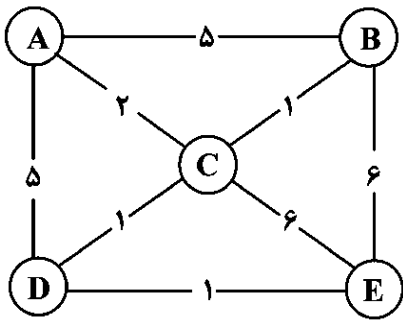
(۱) ۴ و ۱

(۲) ۷ و ۶

(۳) ۵ و ۳، ۲

(۴) ۷ و ۶، ۴، ۱

۴۵- با توجه به گراف زیر و شعاع پوشش ۴، ماتریس ضرایب پوشش کدام است؟



$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

(۴) هیچ کدام



